# (Séquence 3.5

## Récurrence et récursion

# Récurrence et récursion

- Qu'est-ce que le principe de récurrence ?
- Comparaison avec la récursion

  

# Récurrence

- La récurrence (ou principe d'induction) est une technique de preuve mathématique sur l'ensemble des entiers naturels.
- Les entiers naturels ont deux constructeurs 0 et successeur. Par convention successeur(0) = 1, successeur(1) = 2, etc.
- Dans ce monde, comment prouver que

$$\sum_{i=1}^{n} i = 1 + 2 + \ldots + n = \frac{n(n+1)}{2}$$

# Exemples sur des petits nombres

$$\sum_{i=1}^{1} i = 1 = \frac{1(1+1)}{2}$$

$$\sum_{i=1}^{2} i = 1 + 2 = \frac{2(2+1)}{2} = 3$$

$$\sum_{i=1}^{3} i = 1 + 2 + 3 = \frac{3(3+1)}{2} = 6$$

# Induction

Supposons que la formule soit vraie jusqu'à $n$ alors

$$\sum_{i=1}^{n+1} i = \sum_{i=1}^{n} i + (n+1) = \frac{n(n+1)}{2} + (n+1)$$

$$= \frac{n(n+1) + 2(n+1)}{2} = \frac{(n+1)(n+2)}{2}$$

QED

# Récursion

- Que vaut $\sum_{i=1}^{n} i$ ?
- Décomposition récursive :

$$\sum_{i=1}^{1} i = 1$$

$$\forall n > 0, \sum_{i=1}^{n+1} i = (n+1) + \sum_{i=1}^{n} i$$

# Récursion en Scheme

```
;;; somme: nat -> nat
;;; (somme n) calcule la somme des entiers naturels
;;; de 1 à n
(define (somme n)
  (if (> n 1)
      (+ n (somme (- n 1)))
      n ) )
```

Coût linéaire (en nombre d'additions).

  

# Récurrence et récursion

- Preuve d'une formule
- par induction à partir des cas de base
- Ne calcule pas !

- Calcul de valeurs
- par décomposition en problèmes plus simples et de même nature
- Ne trouve pas la formule !

- Pas toujours de formule !
  Quelle serait celle correspondant à $\sum_{i=1}^{n} log^3(i)$ ?
- Mais la formule est bien plus efficace !

# Fin séquence)